

Fünfte Fürther Mathematik-Olympiade

Klassenstufen 7 / 8 Die Lösungen der 1. Runde

Aufgabe 1:

- (I) $m_1 + m_2 = 1000\text{g}$ 1,0P
 (II) $0,77 \cdot m_1 + 0,87 \cdot m_2 = 0,80 \cdot 1000\text{g};$ 1,0P
 (I) $\Rightarrow m_2 = 1000\text{g} - m_1;$
 in (II) $\Rightarrow 0,77 \cdot m_1 + 870\text{g} - 0,87 \cdot m_1 = 800\text{g}; \Rightarrow 70\text{g} = 0,10 \cdot m_1;$ 1,0P
 $\Rightarrow m_1 = 700\text{g}; m_2 = 300\text{g}$ 1,0P

Aufgabe 2:

x =Anzahl der gelösten Aufgaben; y =Anzahl der ungelösten Aufgaben;
 n =Zahl der Aufgaben= $x+y$

- (I) $x = y + 31$ 1,0P
 (II) $x + 2y < 100;$
 (III) $x + y/3 > 45;$ 1,0P
 (IV) $y/3 \in \mathbb{N} \Rightarrow y = 3k$ mit $k \in \mathbb{N}$; in (II) $9k < 69 \Rightarrow k \leq 7;$ 1,0P
 in (II) $4k > 14 \Rightarrow k > 3;$ 0,5P
- | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|------|
| k | 4 | 5 | 6 | 7 | |
| y | 12 | 15 | 18 | 21 | |
| x | 43 | 46 | 49 | 52 | |
| n | 55 | 61 | 67 | 73 | 1,5P |

Aufgabe 3:

- $x = \overline{abcdefghi}$ = Zahl aus den Ziffern a, b, c, d, e, f mit $a \neq 0$;
 analog $y = \overline{abc}$ = Zahl aus den Ziffern a, b, c .;
 $\overline{abc} : \overline{def} : \overline{ghi} = 1 : 3 : 5$; $\overline{def} = 3y < 1000$; $\overline{ghi} = 5y < 1000$ 2,0P
 $x = 1000000y + 3000y + 5y = 1003005y = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 31 \cdot 719y$ 1,0P
 \Rightarrow Bedingung c) ist erfüllt, wenn y durch $8 \cdot 7 = 56$ teilbar ist $\Rightarrow y = 56k$ mit $k \in \mathbb{N}$ 1,0P
 $k=1 \Rightarrow y=56 \Rightarrow x$ nicht neunstellig 0,5P
 $k \geq 4 \Rightarrow y \geq 224 \Rightarrow \overline{ghi} = 5y \geq 1120 > 1000$ Widerspruch zu $\overline{ghi} < 1000$ 1,0P
 $\Rightarrow k=2 \Rightarrow y=112 \Rightarrow x=112336560$ und $k=3 \Rightarrow y=168 \Rightarrow x=168504840$ 1,0P