

Lösungen FÜMO 11 2. Runde Klassenstufe 6

Aufgabe 1

a) Sei x das Gewicht des mittleren Kindes (in kg), so wiegen entsprechend die neun Kinder $x-2$, $x-1,5$, $x-1$, $x-0,5$, x , $x+0,5$, $x+1$, $x+1,5$ und $x+2$. Addition ergibt $9 \cdot x$, weshalb das mittlere Kind $225 \text{ kg} : 9 = 25 \text{ kg}$ wiegt, das leichteste Kind also 23 kg und das schwerste 27 kg. (2 P.)

b) Sei x nun das Gewicht des leichtesten Elefants (in kg), so wiegen entsprechend die 89 anderen Elefanten $x+4$, $x+2 \cdot 4$, $x+3 \cdot 4$, ..., $x+89 \cdot 4$, zusammen also $x + (x+4) + (x+2 \cdot 4) + \dots + (x+89 \cdot 4) = 90 \cdot x + (1+2+\dots+89) \cdot 4 = 450000$ (*).

Für den Wert s der Summe in der letzten Klammer gilt wegen

$$2 \cdot s = (1+2+\dots+89) + (89+88+\dots+1) = (1+89) + (2+88) + \dots + (89+1) = 90 \cdot 89 = 8010$$

schließlich $s = 4005$. Damit lautet (*) $90 \cdot x + 4005 \cdot 4 = 90 \cdot 4 + 16020 = 450000$,

weshalb $90 \cdot x = 433980$ gilt, also der leichteste Elefant 433 980 kg : 90 = 4822 kg wiegt und der schwerste 4822 kg + 89 \cdot 4 kg = 5178 kg. (3 P.)

Aufgabe 2

Verteilt man eine Kugel mehr, also 2004 Kugeln, und legt diese zusätzliche Kugel zum Rest, so enthält der Rest genau so viele Kugeln wie jede Schachtel. Sind in jeder der n Schachteln genau k Kugeln, so muss gelten: $2004 = n \cdot k + k = (n+1) \cdot k$, wobei $k > 1$ sein muss. (Rest hatte ursprünglich mindestens 1 Kugel!) Mit

$2004 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 167$ ergeben sich folgende Lösungen:

Kugeln (k) je Sch.	2	3	4	6	12	167	334	501	668	1002
$n + 1 = 2004 : k$	1002	668	501	334	167	12	6	4	3	2
Anzahl (n) d. Sch.	1001	667	500	333	166	11	5	3	2	1

Es gibt also 10 Lösungen. (5 P.)

Aufgabe 3

a) Nach jedem Telefonat kennen die vier Freunde jeweils die in der Tabelle angegebenen Neuigkeiten:

Telefonate	A	B	C	D
1) A - B	a,b	a,b	c	d
2) C - D	a,b	a,b	c,d	c,d
3) A - C	a,b,c,d	a,b	a,b,c,d	c,d
4) B - D	a,b,c,d	a,b,c,d	a,b,c,d	a,b,c,d

Die angegebene Reihenfolge ist eine der möglichen Lösungen. (2 P.)

b) Wie vorher kann man eine Lösung tabellarisch angeben:

Telefonat	A	B	C	D	E	F
1) A - B	ab	ab	c	d	e	f
2) C - D	ab	ab	cd	cd	e	f
3) E - F	ab	ab	cd	cd	ef	ef
4) C - E	ab	ab	cdef	cd	cdef	ef
5) B - D	ab	abcd	cdef	abcd	cdef	ef
6) A - C	abcdef	abcd	abcdef	abcd	cdef	ef
7) D - F	abcdef	abcd	abcdef	abcdef	cdef	abcdef
8) B - E	abcdef	abcdef	abcdef	abcdef	abcdef	abcdef

(3 P.)