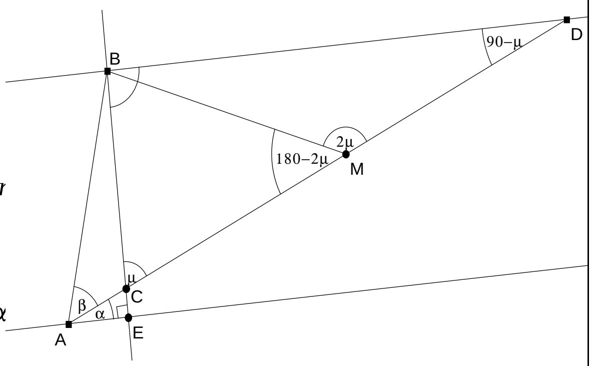
Lösungen 11. FÜMO 2. Runde Klassenstufe 8

Aufgabe 1:

M sei der Mittelpunkt von $\overline{CD}$. Da $\angle CBD = 90°$,
ist M der Mittelpunkt des Thaleskreises zu ΔCDB.
$\Rightarrow \Delta CMB$ *und* ΔMDB sind gleichschenklig
$\Rightarrow \angle MCB = \angle CBM := \mu$, $\angle CMB = 180° - 2\mu$
und $\angle MBD = \angle MDB = 90° - \mu$
$\alpha = \angle EAD = \angle ADB = 90° - \mu$ ($Z-$*Winkel an Par*
ΔAMB *ist auch gleichschenklig, weil* $\overline{AB} = \overline{BM}$
$\beta = \angle MAB = \angle CMB = 180° - 2\mu$
$\angle MAB = 180° - 2\mu = 2(90° - \mu) = 2 \cdot \angle EAD = 2\alpha$



Zusammenhang: $\angle DAB = 2 \cdot \angle EAD$

Summe **5**

Aufgabe 2:

Der Floh beginne an der Stelle $a \neq 1$ und lande bei $b \neq 0$ mit $a + \frac{1}{b} = 1$. Als neue Absprungstelle ergibt sich nach dem Umstellen $b = \frac{1}{1-a}$. Der Floh springt danach zu $c \neq 0$ mit $b + \frac{1}{c} = 1$. Mit $b = \frac{1}{1-a}$ erhält man $\frac{1}{1-a} + \frac{1}{c} = 1$ und damit $\frac{1}{c} = 1 - \frac{1}{1-a}$ d.h. $c = \frac{a-1}{a}$. Dies ist die zweite Absprungstelle für den Floh und er landet bei $d \neq 0$ mit $c + \frac{1}{d} = 1$. Mit $c = \frac{a-1}{a}$ folgt schließlich $\frac{a-1}{a} + \frac{1}{d} = 1$ d.h. $1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{d} = 1$ und daraus d = a. Der Floh kommt somit nach drei Sprüngen wieder nach a zurück. 5

Summe **5**

Aufgabe 3:

Aus den Perlen in drei verschiedenen Farben lassen sich genau **39** unterschiedliche Haargummis zu 5 Perlen herstellen. Es sind drei Fälle zu unterscheiden**.**

Fall 1: Einfarbige Haargummis.
Da es Perlen in drei Farben gibt, kann man genau drei einfarbige Haargummis herstellen. 0,5

Fall 2 : **Haargummis in zwei Farben**.
Bei vier gleichfarbigen Perlen und einer andersfarbigen ist es nicht von Bedeutung, wo sich die andersfarbige Perle im ‚Kreis' befindet. Für die erste Farbe hat man drei Möglichkeiten, und für jede dieser Auswahlmöglichkeiten kann man sich aus den restlichen beiden Farben noch die eine andersfarbige aussuchen. Das ergibt 3·2 = 6 Möglichkeiten. 1

Nimmt man drei Perlen der ersten Farbe und zwei von der zweiten, so können die beiden Perlen der zweiten Farbe nebeneinander aufgereiht oder voneinander getrennt sein. Im zweiten Fall befinden sich zwischen ihnen auf der einen ‚Seite' zwei Perlen und auf der anderen ‚Seite' eine Perle von Farbe eins. Für diese beiden Fälle gibt es 3·2+3·2 = 12 Möglichkeiten. 1

Fall 3 : **Haargummis in allen drei Farben**.
Nimmt man drei Perlen einer Farbe und jeweils eine Perle von Farbe zwei und drei, so hat man genau wie bei Fall 2 die beiden Optionen, die einzelnen Perlen zu trennen oder nebeneinander anzuordnen. Dabei kann man sich nur noch die Farbe der drei gleichen Perlen aussuchen. Das sind 1
weitere 2·3 = 6 Möglichkeiten.

Nimmt man zuletzt zwei Perlen von Farbe eins, zwei Perlen von Farbe zwei und eine Perle von Farbe drei, so gibt es drei Möglichkeiten für die Farbwahl bei der Farbe der einzelnen Perle. Dazu kommen vier Möglichkeiten, die beiden Paare gleichfarbiger Perlen anzuordnen: keines der beiden Paare trennen, nur das erste oder nur das zweite Paar trennen, beide Paare trennen. Insgesamt 1,5
erhalten wir hier 3·4 = 12 Kombinationen.

Ergebnis: 3+6+12+6+12 = 39 Möglichkeiten.

Summe **5**