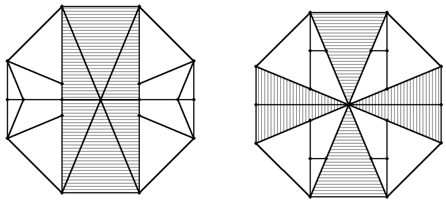
Lösungen 13. FÜMO 1. Runde Klassenstufe 8

Aufgabe 1:

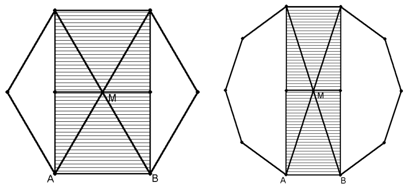
a) z.B.
Ein Nachweis, dass die Zerlegung funktioniert, wird nicht verlangt!



b) Jedes 2n-Eck lässt sich durch die Verbindungsstrecken der Ecken (z.B. A und B) mit dem Mittelpunkt in 2n Bestimmungsdreiecke zerlegen. Aus dem bunten Mittelstreifen kann man vier davon zusammenbauen.

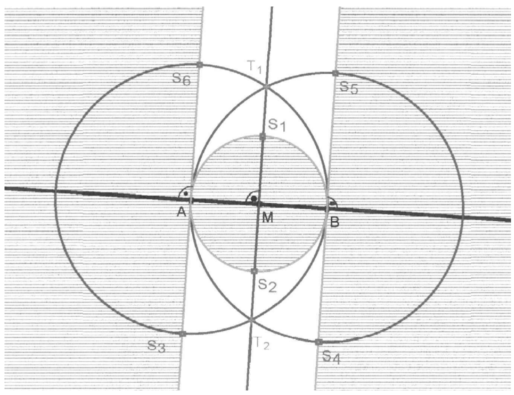
2 Punkte

→ Die Fläche des Mittelstreifens nimmt immer $\frac{4}{2n} = \frac{2}{n}$ der Gesamtfläche des regelmäßigen Vielecks ein, d.h. beim Sechseck zwei Drittel der Fläche und beim Zehneck zwei Fünftel der Fläche



3 Punkte

Aufgabe 2:



Wenn die Drehrichtung des Dreiecks ABC beachtet wird, entfällt die untere Hälfte der Zeichnung!

spitzwinklig: C liegt zwischen den zwei Senkrechten zu AB durch A oder B im weißen Bereich
rechtwinklig: C liegt auf dem Thaleskreis oder auf den Senkrechten zu AB durch A oder B
stumpfwinklig: C liegt im schraffierten Bereich
gleichschenklig: C liegt auf der Mittelsenkrechten der Strecke [AB] oder auf den Kreisen k (A; r = $\overline{AB}$) oder k (B; r = $\overline{AB}$) *(nicht gefragt* → **gleichschenklig-rechtwinklig:** C liegt auf S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 oder S_6)
gleichseitig: C liegt auf T_1 oder T_2

5 Punkte

Aufgabe 3:

a)

59^2	82^2	19^2
45	16	09
2581	6404	181
45	16	9
3481	6724	361

Für jede zweistellige Zahl x mit der Zehnerziffer a und der Einerziffer b gilt: $x = 10a + b$ → $x^2 = (10a + b)^2$
$= 100a^2 + 20ab + b^2 = 10ab + (100a^2 + b^2) + 10ab$
Da $100a^2$ auf zwei Nullen endet und b^2 wie a^2 höchstens zweistellig ist, ist $100a^2 + b^2$ eine vierstellige Zahl, bei der beide Quadratzahlen von a und b nebeneinander stehen.
An der Stellung von ab in der Addition erkennt man, dass eigentlich 10ab über und unter dieser vierstelligen Zahl steht.

Achtung! Einstellige Ergebnisse müssen an der richtigen Stelle, eventuell durch 0 zu einer zweistelligen Zahl ergänzt, aufgeschrieben werden.

2 Punkte

b) $x = \overline{abc}$ ist eine dreistellige Zahl aus den Ziffern a, b und c, d.h. $x = 100a + 10b + c$

→ $x^2 = (100a + 10b + c)^2$
$= 10000a^2 + 1000ab + 100ac + 1000ab + 100b^2 + 10bc + 100ac + 10bc + c^2$
$= 100ac + (1000ab + 10bc) + (10000a^2 + 100b^2 + c^2) + (1000ab + 10bc) + 100ac$

$\overline{abc}^2$
[a·c]
[a·b][b·c]
[a²] [b²] [c²]
[a·b][b·c]
[a·c]
Summe

Dabei ist 100ac durch die Stellung in der Addition gewährleistet, die Zahl 1000ab + 10bc ist fünfstellig mit den nebeneinanderstehenden Produkte ab und bc (zweistellig!) und einer Null am Ende und $10000a^2 + 100b^2 + c^2$ ist eine sechsstellige Zahl, bei der die drei zweistelligen Quadratzahlen a^2, b^2 und c^2 nebeneinander stehen.

524^2	524^2
20**00**	20
1008**0**	1008
250416	250416
1008**0**	1008
20**00**	20
274576	274576

3 Punkte