

# FÜMO 14 (6. Klasse) Lösungen

## 2. Runde

### Aufgabe 1 (Lösung)

2004 war ein Schaltjahr. Wegen des eingeschobenen Schalttags (29. Feb.) zwischen den Geburtstagen feiern beide nur in Schaltjahren am gleichen Wochentag Geburtstag.

Da 365 Tage genau 52 Wochen und ein Tag sind, wandert der Wochentag von Bernds Geburtstag in einem Normaljahr um einen Tag gegenüber dem Vorjahr. In einem Schaltjahr wandert der Wochentag um 2 Tage und von einem Schaltjahr zum nächsten um  $3 \cdot 1 + 2 = 5$  Tage. Damit beide Geburtstage wieder auf einem Sonntag fallen, müssen so viele 4-Jahres-Zyklen verstreichen, bis das entsprechende Vielfache von 5 durch 7 teilbar ist. Dies ist erstmals nach 7 Zyklen der Fall, also nach  $7 \cdot 4 = 28$  Jahren.

Anna und Bernd haben alle 28 Jahre jeweils an einem Sonntag Geburtstag. Da dies für beide erstmals (nach Geburt) im Jahr 2004 stattfand, wurden sie also 28 Jahre alt, sind also im Jahr 1976 geboren.

### Aufgabe 2 (Lösung)

a) In dieser Reihe sind bis auf die beiden Randzahlen 1 und 2006 alle Zahlen gebunden, denn jede Zahl im Innern ist die halbe Summe von ihrem direkten Vorgänger und dem direkten Nachfolger (z.B.  $7 = (6+8):2$ ) Nur die Randzahlen sind frei.

b) Ordnet man zuerst die ungeraden Zahlen und danach die geraden Zahlen an, so ist die halbe Summe einer Zahl aus dem 1. Zahlenblock (ungerade) und einer Zahl der 2. Hälfte (gerade) keine natürliche Zahl.

Im Bereich der ungeraden Zahlen gibt es für die 7 die drei verschiedenen Möglichkeiten  $(5+9):2$ ,  $(3+11):2$  und  $(1+13):2$ , für die 5 und 9 jeweils nur zwei (welche?), für die 3 und die 11 nur eine und für 1 und 13 gar keine halbe Summe von ungeraden Zahlen dieser Menge. Beginnt man mit der 7, so sind alle bindenden Summanden rechts davon. Da 11 nicht mit 7 gebunden werden kann, passt danach die 11 und dann der Mittelwert 9 von 7 und 11. Schließt man nun so weiter, erhält man als eine mögliche Anordnung: 7, 11, 9, 3, 1, 5, 13.

Entsprechend ordnet man die um 1 größeren geraden Zahlen: 8, 12, 10, 4, 2, 6, 14.

Damit enthält die Reihe 7, 11, 9, 3, 1, 5, 13, 8, 12, 10, 4, 2, 6, 14 nur freie Zahlen.

Es gibt weitere Lösungen, z.B. 7, 3, 5, 11, 13, 9, 1, 8, 4, 6, 12, 14, 10, 2

### Aufgabe 3 (Lösung)

a) Da Mutter und Tochter 10 min früher zurückkommen, entspricht Petras Gehweg der einfachen Fahrstrecke von 5 min, d.h. 5 Minuten nach dem Treffen wollte die Mutter erst den Bahnhof erreichen. Das Treffen fand daher um 13.23 Uhr statt. Zu dieser Zeit war Petra bereits 30 min unterwegs, weshalb die S-Bahn um 12.53 Uhr ankam.

b) Die Mutter ist auch hier 10 min weniger unterwegs, wovon sie normalerweise 4 min wartet. Der Gehweg entspricht hier der Fahrstrecke von  $(10 \text{ min} - 4 \text{ min}) : 2 = 3 \text{ min}$ . Da die Mutter den Bahnhof um 13.24 Uhr erreichen wollte, findet das Treffen um 13.21 Uhr statt; die S-Bahn kam also um 12.51 Uhr an.