

Lösungen 15. FÜMO 2006/2007 1. Runde Klassenstufe 6

Aufgabe 1

a) Anna erhält höchstens jeweils eine Münze mit dem Werten 1ct, 5ct, 10ct, 50ct und 1 €, da der jeweils doppelte Betrag durch eine andere Münze ersetzt werden kann. 2ct-, 20ct- und 2€-Münzen kann sie höchstens zweimal erhalten, jedoch werden in diesen Fällen keine 1ct-, 10ct- bzw. 1€-Münzen zurückgegeben.

Anna bekommt von den 1ct- und 2ct-, von den 10ct- und 20ct- sowie von den 1€- und 2€-Münzen höchstens 2 Stück und von den 5ct- und 50ct-Münzen höchstens 1 Stück, weshalb sie insgesamt höchstens 8 Münzen ausbezahlt bekommt.

(Beispiel: Für den Kaufpreis von 1,11€ erhält sie 3,89€ in 8 Münzen zurück.)

b) Um auf alle Rechnungsbeträge herausgeben zu können, müssen neben 2 Münzen mit den Werten 2ct, 20ct und 2€ auch je eine mit den restlichen Werten 1ct, 5ct, 10ct, 50ct und 1€ in der Kasse liegen, insgesamt also mindestens diese 11 Münzen.

Aufgabe 2

Die Summe der vier Zahlen ist ungerade, weshalb entweder eine oder drei Summanden ungerade sind.

Da mindestens eine Zahl gerade ist, muss auch das Produktergebnis gerade sein. Das ungerade Ergebnis von Bernd ist also falsch.

Alternative Lösung: Zerlegt man das „Produktergebnis“ in Primfaktoren, so erhält man: $60\,854\,198\,505 = 3 \cdot 5 \cdot 2953 \cdot 1\,373\,839$.

Ein Summand (=Faktor) müsste den letzten Primfaktor enthalten, also größer als 1 Million sein, womit das Summenergebnis 2007 unmöglich ist.

Aufgabe 3

a) $211 \cdot 13 - 67 \cdot 11 = 2743 - 737 = \underline{2006}$

b) Suche unter den Vielfachen von 13 {13, 26, 39, 52, 65, 78, ..} eine Zahl, die um 1 kleiner als ein Vielfaches von 11 ist. (Z. B. ist 65 um 1 kleiner als 66.) Für 65 gilt:

$$-1 = 65 - 66 = 5 \cdot 13 - 6 \cdot 11,$$

d.h. der Zahlenfloh sollte z. B. 5 Sprünge nach rechts und 6 nach links hüpfen.

c) Wenn der Floh einmal nach rechts und einmal nach links springt, landet er zwei Einheiten rechts vom Startpunkt. Beim Ausgangspunkt 0 erreichte er durch lauter solche Doppelsprünge schließlich jede positive gerade Zahl in der dem Zielwert entsprechenden Anzahl von Sprüngen.

Zahlenbeispiel: $7 \cdot (13 - 11) = 7 \cdot 13 - 7 \cdot 11 = 91 - 77 = 14$ (14 Sprünge)